NOVEMBER/DECEMBER 2024

CMA21/FMA21 — CALCULUS

SHANMUGA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer ALL the questions.

1. If $y = \sin(ax+b)$ then find y_n.

   $y = \sin(ax+b)$ எனில் y_n யைக் காண்க.

2. Define Jacobian of two variable.

   இரு மாறிகளுக்கான ஜகோபியனை வரையறு.

3. Define Radius of curvatures.

   வளைவு ஆரத்தை வரையறு.

4. If the two curves cut at right angles then find the angle between them.

   இரண்டு வளைவரைகள் செங்கோணத்தில் வெட்டிக் கொண்டால் அவற்றிற்கு இடைபட்ட கோணத்தை காண்க.

5. Define Asymptotes.

   கந்தழித் தொடுகோடு வரையறு.

6. Write down the coordinates of the centre of curvature.

வளைவு ஆரத்தின் மையத்திற்கான அச்சு தூரங்களை எழுதுக.

7. Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin^7 x \, dx$.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin^7 x \, dx$ யை மதிப்பிடுக.

8. Define Beta function.

பீட்டா சார்பை வரையறு.

9. Evaluate $\int_0^2 \int_0^3 (x+y) dx \, dy$.

$\int_0^2 \int_0^3 (x+y) dx \, dy$ யை மதிப்பிடுக.

10. Evaluate $\int_0^1 \int_0^2 \int_0^3 xyz \, dx \, dy \, dz$.

$\int_0^1 \int_0^2 \int_0^3 xyz \, dx \, dy \, dz$ யை மதிப்பிடுக.

SAMBHRAM INSTITUTES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

19. Derive the Reduction formula for $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$ -ற்கான குறைப்பு சூத்திரத்தை வருவி.

20. Evaluate $\iiint xyz \, dz \, dy \, dx$ taken through the positive octant of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ என்ற கோளத்தின் மிகை கால் அரை பகுதியை பொறுத்து $\iiint xyz \, dz \, dy \, dx$ யை மதிப்பிடுக.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL the questions.

11. (a) If $y = \sin^{-1} x$ then prove that $(1-x^2)y_2 - xy_1 = 0$ and $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - n^2 y_n = 0$.

$y = \sin^{-1} x$ எனில் $(1-x^2)y_2 - xy_1 = 0$ மற்றும் $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - n^2 y_n = 0$ என நிரூபி.

Or

(b) Find $\frac{du}{dx}$ when $u = x^2y^2$ where $y = \frac{1-x}{x}$.

$u = x^2y^2$ மற்றும் $y = \frac{1-x}{x}$ யைக் காண்க.

12. (a) Find the angle of intersection of the cardioids $r = a(1+\cos\theta)$ and $r = b(1-\cos\theta)$.

$r = a(1+\cos\theta)$ மற்றும் $r = b(1-\cos\theta)$ என்ற நெஞ்சு வளைவரைகள் வெட்டிக்கொள்ளும் கோணத்தை காண்க.

Or

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Discuss the maxima and minima of the function $x^3y^2(6-x-y)$.

$x^3y^2(6-x-y)$ என்ற சார்பின் மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு மதிப்புகளை ஆராய்க.

17. Derive the polar equation of a straight line and find the slope of the straight line $\frac{l}{r} = \cos(\theta-\alpha) + e\cos\theta$.

நேர்க்கோட்டிற்கான போலார் சமன்பாட்டை வருவி மற்றும் $\frac{l}{r} = \cos(\theta-\alpha) + e\cos\theta$ என்ற நேர்க்கோட்டின் சாய்வை காண்க.

18. Find the evolute of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் அலர்வரை (evolute) யை காண்க.

SIVANTHI ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

(b) Prove that the radius of curvature at any point of the cycloid $x = a(\theta + \sin\theta)$ and $y = a(1 - \cos\theta)$ is $4a\cos\frac{\theta}{2}$.

$x = a(\theta + \sin\theta)$ மற்றும் $y = a(1 - \cos\theta)$ என்ற வட்ட புள்ளியுருவின் வளைவு ஆரம் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் $4a\cos\frac{\theta}{2}$ என நிரூபி.

SHANMUGA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

13. (a) Find the envelope of the family of a straight lines $y + tx = 2at + at^3$, t be the parameter.

$y + tx = 2at + at^3$ என்ற நேர்க்கோடுகளின் தொகுப்பிற்கான உறையை (envelope) காண்க.

Or

(b) Find the centre of curvature of the curve $xy = 2$ at the point (2, 1).

$xy = 2$ என்ற வளைவரையின் வளைவு ஆரத்தின் மையத்தை (2, 1) என்ற புள்ளியில் காண்க.

14. (a) Prove that $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{\frac{3}{2}} x}{\cos^{\frac{3}{2}} x + \sin^{\frac{3}{2}} x} dx = \frac{\pi}{4}$.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{\frac{3}{2}} x}{\cos^{\frac{3}{2}} x + \sin^{\frac{3}{2}} x} dx = \frac{\pi}{4}$ என நிரூபி.

Or

(b) Show that $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin\theta}\, d\theta \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{\sin\theta}} d\theta = \pi$.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin\theta}\, d\theta \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{\sin\theta}} d\theta = \pi$ என நிரூபி.

15. (a) Evaluate $\iint xy\, dx\, dy$ taken over the positive quadrant of the circle $x^2 + y^2 = a^2$.

$x^2 + y^2 = a^2$ என்ற வட்டத்தின் மிகை கால் பகுதியை பொறுத்து $\iint xy\, dx\, dy$ யை மதிப்பிடுக.

Or

(b) Change the order of integration in the integral $\int_0^a \int_{\frac{x^2}{a}}^{2a-x} xy\, dx\, dy$ and evaluate it.

$\int_0^a \int_{\frac{x^2}{a}}^{2a-x} xy\, dx\, dy$ ன் வரிசையை மாற்றி தொகுயிடுக.